

磁光克尔效应

西瓜^{*}, 周老师[†]

北京大学 物理学院, 北京 100871

【摘要】 平面偏振光在光洁磁极表面发生反射时, 偏振面会出现微小偏转, 这个现象被称为磁光克尔效应。磁光克尔效应反映了物质磁化状态对其光学性质的影响, 属于磁光效应。克尔效应具有灵敏度高, 转角精密的特点, 所以近年来被用于超薄磁性膜^[1], 磁化动态过程^[2]和自旋霍尔效应^[3]的研究。本实验使用具有垂直磁各向异性的 PtCo 合金薄膜, 利用光弹调制器使反射光强周期性变化, 从而将微小的复克尔转角测量转化为光强测量。实验通过测量输出光强的直流、一次谐波和二次谐波信号, 间接得到复克尔转角, 并进一步利用复克尔转角测量 PtCo 合金薄膜的磁滞回线, 进而得到样品的矫顽力和对应波长下的饱和克尔转角。实验对比不同起偏器角度下的克尔磁滞回线, 分析起偏器角度误差对测量结果的影响。

【关键词】 磁光克尔效应 (MOKE)、磁滞回线、光弹调制器

Magneto-optical Kerr effect

Xisense, Prof. Zhou

Physics Institute, Peking University, Beijing 100871, China

Abstract: The phenomenon in which the plane of polarization of linearly polarized light undergoes a slight rotation upon reflection from a polished magnetic pole surface is called the magneto-optical Kerr effect. This effect reflects the influence of a material's magnetization state on its optical properties and belongs to the category of magneto-optical effects. The Kerr effect is characterized by high sensitivity and precise angular measurements, which is why it has been used in recent years to study ultrathin magnetic films, magnetization dynamics, and the spin Hall effect. In this experiment, a PtCo alloy film with perpendicular magnetic anisotropy is used, and a photoelastic modulator is employed to make the intensity of the reflected light vary periodically. This allows the measurement of the small complex Kerr rotation angle to be converted into an optical intensity measurement. By measuring the DC, first-harmonic, and second-harmonic signals of the output light intensity, the complex Kerr rotation angle is indirectly obtained. Furthermore, the complex Kerr rotation angle is used to measure the magnetic hysteresis loop of the PtCo alloy film, from which the coercivity and the saturation Kerr rotation angle at the corresponding wavelength are determined. The experiment also compares the Kerr hysteresis loops at different polarizer angles and analyzes the effect of polarizer angle errors on the measurement results.

Key Words: Magneto-optical Kerr effect (MOKE), hysteresis loop, photoelastic modulator

1 引言

磁光克尔效应 (Magneto-Optical Kerr Effect, MOKE) 是指当偏振的光照射在磁性材料的表面时, 反射光的偏振方向发生旋转或改变的一种光学现象。这种效应于 19 世纪末由英国物理学家 John Kerr 发现, 因此得名为“克尔效应”。克尔在 1877 年首次观测到这一现象, 证明了光与磁性材料之间的相互作用。这一发现为研究磁性材料的光学性质提供了重要的工具。

随着科技的发展, 磁光克尔效应在现代科学与技术中有着广泛的应用。最常见的用途之一是由于磁性材料的表征。通过检测反射光的偏振变化, 科学家可以非接触式地探测材料的磁化强度和磁畴结构, 从而

深入研究材料的磁性性质。MOKE 技术在硬盘、磁存储器等磁性存储设备的开发中发挥了重要作用。此外，磁光克尔效应在生物医学成像、光通信、光子学器件等领域也得到了应用。在生物医学中，MOKE 可以用于检测生物材料中的磁性纳米粒子。在光通信和光子学领域，MOKE 则被用于开发新型的光子器件，如光隔离器和光环路器，推动了信息技术的快速发展^[4-7]。

本实验将借助光弹调制器，测量具有垂直磁各向异性的 PtCo 合金薄膜的磁光克尔磁滞回线，得到样品的矫顽力和对应波长下的饱和克尔转角。实验旨在加深对磁光克尔效应的理解，并掌握对于转角极小的椭圆偏振光的检测方法。

2 理论基础

2.1 磁光克尔效应的分类

磁光克尔效应是指介质磁性引起的反射光偏振特性的改变，如图1所示，人们一般只讨论介质反射面、光入射面和磁化方向间关系比较简单的三种情况：(a) 磁化方向垂直于介质反射面——极克尔效应、(b) 磁化方向平行于介质反射面但垂直于光入射面——横向克尔效应和 (c) 磁化方向既平行于介质反射面又平行于光入射面——纵向克尔效应。

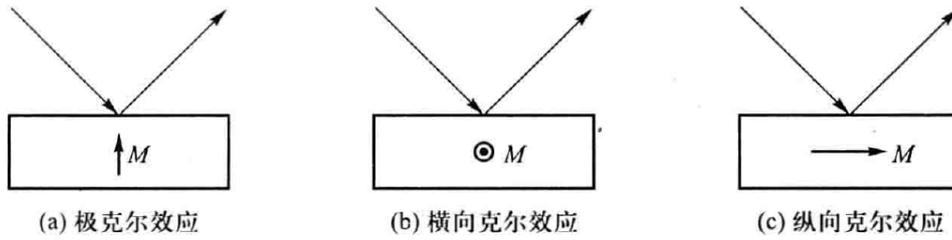


图 1 磁光克尔效应的三种典型配置^[8]

2.2 克尔效应的唯象理论

假定只有磁化沿 z 方向所引起的各向异性。由空间对称性和时间反演不变性，介电常量复张量写为：

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon & \delta & 0 \\ -\delta & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 n^2 \begin{bmatrix} 1 & -iQ & 0 \\ iQ & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_z^2}{n^2} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中， n 为平均复折射率， $Q = -\frac{i\delta}{\epsilon_0 n^2}$ ，称为复磁光常量。在左旋偏振光 $(1, i, 0)$ 和右旋偏振光 $(1, -i, 0)$ 的基下，介电常量张量被对角化为：

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 n^2 \begin{bmatrix} 1+Q & 0 & 0 \\ 0 & 1-Q & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2/n^2 \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} n_+^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_-^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中， $n_{\pm}^2 = n^2(1 \pm Q)$ 。对于极克尔效应。设入射光沿 z 方向传播， x 方向偏振光态记为 $(1, 0, 0) = \frac{1}{2}[(1, i, 0) + (1, -i, 0)]$ ，则反射光态为：

$$[r_+(1, i, 0) + r_-(1, -i, 0)]/2 = (r_+ + r_-, i(r_+ - r_-), 0)/2 \quad (2.3)$$

称原 x 方向偏振分量 $r_F = (r_+ + r_-)/2$ 为非涅尔分量，沿 y 方向偏振分量 $k = i(r_+ - r_-)/2$ 为克尔分量。由于 r_F 与 k 间一般存在相位差，反射光为主轴相对入射光偏振面转过一个微小角度的椭圆偏光，如图2所示。我们可以定义复克尔转角：

$$\tan \tilde{\theta}_K = \frac{k}{r_F} = i \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \quad (2.4)$$

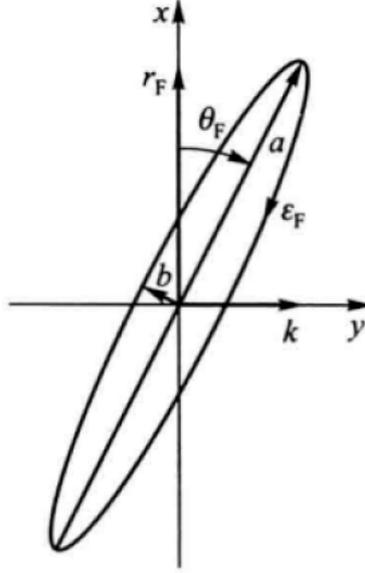


图2 极克尔效应中的反射椭偏光

代入菲涅尔公式 $r_{\pm} = \frac{1-n_{\pm}}{1+n_{\pm}}$, 并注意到 $\tilde{\theta}_K$ 一般很小, 可得:

$$\tilde{\theta}_K = \theta_K + i\epsilon_K \approx -i \frac{n_+ - n_-}{1 - n_+ n_-} \approx -i \frac{nQ}{1 - n^2} \quad (2.5)$$

其中, θ_K 和 ϵ_K 分别为复克尔转角的实部和虚部, 图2显示了复克尔转角的几何意义和正负号规定。

2.3 磁光常量的动力学解释

磁光常量的动力学解释当光和静磁场作用在介质上时, 介质中束缚电子的运动方程为:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -k\mathbf{r} - e\mathbf{E} - m\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} - e \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \times \mathbf{B} \quad (2.6)$$

设入射光为 $E = (E_x + iE_y)e^{-i\omega t}$, 可以得到折射率:

$$n_{\pm}^2 = 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega \pm \omega\omega_c} \approx 1 + \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{(\omega_0 \pm \omega_L)^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \quad (2.7)$$

其中, $\omega_c = eB/m$ 称为回旋加速角速度, $\omega_L = \omega_c/2$ 为经典拉莫尔进动角频率。对比无磁场的色散公式, 我们可以得到动力学振子模型下的 Q 值:

$$Q = - \frac{2Ne^2\omega_0\omega_L/m\epsilon_0}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega) \left[(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega) + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \right]} \quad (2.8)$$

3 实验仪器和材料介绍

3.1 样品

强磁性物质的磁光效应相对较强, 但由于退磁场的影响, 绝大多数磁性薄膜的磁化强度方向平行于薄膜表面, 不符合极磁光克尔效应的观察要求。要使样品的磁化强度垂直于薄膜表面, 需要施加非常大的外磁场, 实验上有一定难度。为避免此种困难, 本实验所用样品为具有垂直磁各向异性的 PtCo 合金薄膜。

3.2 光弹调制器

光弹调制器是一种基于透明光学材料光弹效应的相位调制器件^[9]。在光弹调制器中, 电压驱动的压电材料(如压电陶瓷)在各向同性的光学材料(如熔融石英)的某一方向上施加周期性变化的应力, 使光学材料

共振而产生应变和应变双折射。经过光弹调制器后，出射光两个相互垂直的偏振分量的位相差会作周期性变化。由施加在光弹调制器振动轴方向的应力幅度可以控制相位差变化的振幅。在光弹调制器的后面放置一个透光轴与振动轴成 45° 角的检偏器可以实现对偏振态的检测，称偏振态分析器。

本实验使用的光弹调制器是一个调制频率设定为 $50kHz$ 的，可调节变换调制深度的仪器，它通过 PEM-90 光弹调制控制器接受测控计算机的控制。PEM-90 光弹调制控制器还可以当作信号发生器使用，可以直接为锁相放大器提供参考频率。

3.3 锁相放大器

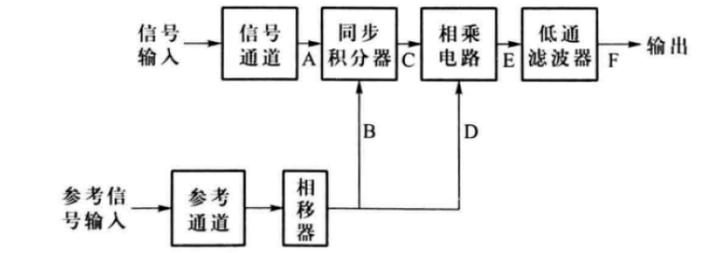


图 3 锁相放大器原理图

锁相放大器是一种交流电压表，能精确测定深埋在噪声之中周期重复信号的幅值及相位。具体电路包括：

1. 相敏检波器

相敏检波器实际上是一个模拟乘法器，输出信号 v_o 是输入信号 v_i 和参考信号 v_R 的乘积，包含差频和和频分量。

2. 低通滤波器

器件内部噪声包括热噪声、散射噪声、闪烁噪声等。热噪声和散射噪声仅与测量频带宽度有关。可以通过压缩频带宽度减少。闪烁噪声可通过选取适当参考信号频率消除，低通滤波器输出特性为：

$$\frac{\dot{u}_{sc}}{\dot{u}_s r} = -\frac{R}{R_0} \frac{1}{1 + i\omega RC} = -K \frac{1}{1 + i\omega RC} \quad (3.1)$$

等效噪声带宽为：

$$\Delta f_N = \frac{1}{K^2} \int_0^\infty \left| \frac{K}{1 + i\omega RC} \right|^2 df = \frac{1}{4RC} \quad (3.2)$$

低通滤波器时间常量 $T = RC$ 越长，则等效噪声带宽越窄。

3. 相关器

相敏检波器和低通滤波器统称为相关器。考虑输入信号是一埋在噪声之中的微弱信号：

$$\begin{cases} V_S = E_i \cos(\omega_0 t + \theta) + E_n \cos(\omega t + \alpha) \\ V_R = E_R \cos(\omega_0 t) \end{cases} \quad (3.3)$$

经过相敏检波器的过程可以被数学抽象为：

$$\begin{aligned} V_0 = V_S \cdot V_R &= \frac{1}{2} E_i E_R \cos \theta + \frac{1}{2} E_i E_R \cos(2\omega_0 t + \theta) \\ &+ \frac{1}{2} E_n E_R \cos[(\omega - \omega_0)t + \alpha] + \frac{1}{2} E_n E_R \cos[(\omega + \omega_0)t + \alpha] \end{aligned}$$

经过低通滤波器后就会除去大部分噪声：

$$V'_0 = \frac{1}{2} E_i E_R \cos \theta + \frac{1}{2} E_n E_R \cos(\Delta\omega t + \alpha) \quad (3.4)$$

4. 同步积分器

同步积分器是以参考信号频率为参量的方波匹配滤波器。与相关器区别在于同步器积分器输出一个与参考信号同频的方波信号，而相关器输出直流信号。

5. 锁相放大器原理图

如图3所示为单通道锁相放大器的原理示意图。其中，相移器的作用是改变已知参考信号的相位，通过相关器输出信号，确定待测信号振幅和相位。

3.4 Femto 光电探测器和 SCU-90 信号整定器

Femto 光电探测器是基于硅或镓砷 (InGaAs) 探测器，作用是将光信号转化为对应的电信号，便于观察和测量，探测频率范围 $320\text{nm} - 1700\text{nm}$ ，信号带宽最高 2GHz ，通常情况下自带信号放大功能。SCU-90 信号整定器用于将直流信号和交流信号分离，需要注意的是，SCU-90 信号整定器在工作时会将信号放大，从而使信号的幅值需要重新定标。

4 实验系统与测量原理

4.1 实验系统的组成

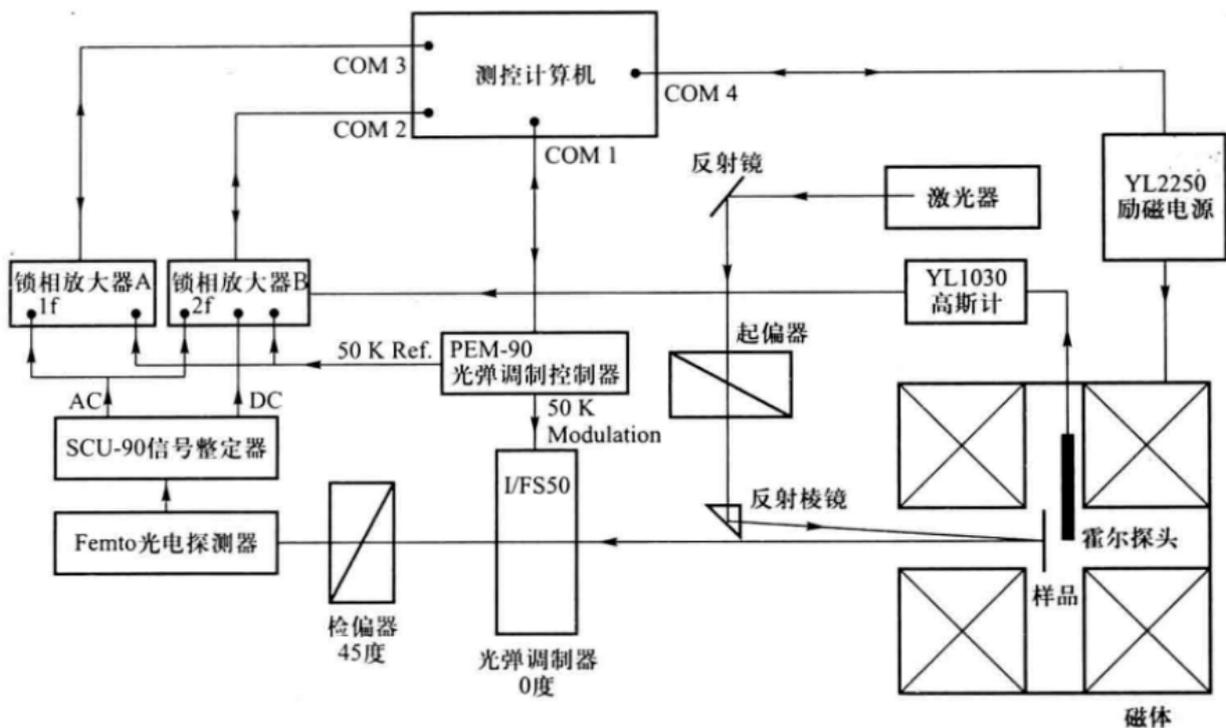


图4 实验装置示意图

如图4所示，实验装置可分为前面的调制部分和经过调制后的测量部分。按照光路为序，首先是调制部分，从激光器 (波长为 632.8nm) 发出的激光依次经反射镜、起偏棱镜和反射棱镜后，垂直入射到样品表面，发生磁光克尔效应。从样品表面反射回的椭圆偏振光依次通过振动轴沿 x 方向、调制频率为 50KHz 的光弹调制器和通光方向与 x 方向夹角为 45° 的棱镜检偏器，变为振幅周期性变化的线偏振光。调制后的光输入光电探测器，光电探测器的输出信号被送入信号整定器，该整定器可将输入信号的直流和交流分量分离后再分别放大输出。整定器输出信号的交流分量被送到锁相放大器 A 和 B 的输入端；直流分量送到锁相放大器 B 的模数转换 AD1 口。光弹调制器控制器为光弹调制器提供调制信号，并向两台锁相放大器提供同

频率的参考号。锁相放大器 A 和 B 并被分别设置为测量参考信号频率的一次和二次谐波分量。

4.2 测量原理

针对实验中使用的光弹调制器，我们可以用琼斯矩阵来分析光在其中的偏振态变化。任何一个纯偏振态都可以表示为两个独立偏振模的叠加。如果以独立偏振模为基，任一纯偏振态可以用一个二维矢量表示。偏振光经过一个线性器件后的偏振状态依然可以用一个二维矢量描述。此出射偏振态矢量可以通过对入射偏振态矢量作一线性变换得到，该线性变换矩阵被称为琼斯矩阵^[8,10]。

取光沿 $-z$ 方向传播，光弹调制器的振动轴沿 x 轴。经过光弹调制器和与 x 方向成 45° 角的检偏器后，偏振态可表示为：

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} E_x + E_y e^{i\delta} \\ E_x + E_y e^{i\delta} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

其中， δ 为经过光弹调制器后 y 方向电场分量相对于 x 方向电场分量的相位延迟量。则光电探测器测得的光强为：

$$I = \frac{1}{2} (E_x^2 + E_y^2 + 2E_x E'_y \cos \delta - 2E_x E''_y \sin \delta) \quad (4.2)$$

其中， E' 和 E'' 分别是 E_y 的实部和虚部。对于极克尔效应，入射光的偏振态是 $(1, 0)^T$ ，PtCo 金属膜克尔效应对应的琼斯矩阵为：

$$\begin{bmatrix} r_F & -k \\ k & r_F \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

光弹调制器产生的相位延迟是可以为人为控制的，我们定义其为： $\delta = \delta_0 \sin \omega t$ ，其中， δ_0 是调制的深度， ω 是调制的频率。利用 Bessel 公式，可以将光强展开成 Fourier 级数的形式：

$$I(t) = \frac{r_F^2 + k^2}{2} (1 + 2\theta_K \cos \delta - 2\epsilon_K \sin \delta) \quad (4.4)$$

$$= \frac{r_F^2 + k^2}{2} [1 + 2\theta_K J_0(\delta_0) - 4\epsilon_K J_1(\delta_0) \sin \omega t + 4\theta_K J_2(\delta_0) \cos 2\omega t + \dots] \quad (4.5)$$

如果取 $\delta_0 = 2.405$ ，可以使 $J_0(\delta_0) = 0$ ，并测出光强的直流分量 V_0 、一次谐波分量 V_ω 和二次谐波分量 $V_{2\omega}$ ，即可求出：

$$\theta_K = \frac{\sqrt{2}V_{2\omega}}{4V_0 J_2(\delta_0)} \quad (4.6)$$

$$\epsilon_K = -\frac{\sqrt{2}V_\omega}{4V_0 J_1(\delta_0)} \quad (4.7)$$

根据这样的原理，我们可以通过两个锁相放大器读出发生克尔效应并经过光弹调制器和检偏器后的直流分量以及一次二次谐波振幅，进而得到克尔效应的转角和椭圆偏光的偏心率。我们在第二部分的理论分析中知道，克尔效应的转角和偏心率都是和金属的性质相关的，可以代表金属的磁化率，借此我们可以画出样品金属的磁化曲线。需要注意的是，由于整定器的放大作用，我们需要对输出的振幅进行重新的定标。

5 实验步骤

按以下步骤进行操作：

1. 调节光路，使光学元件工作在最佳状态，并使光弹调制器的振动轴和起偏器偏振方向一致，使检偏器和起偏器偏振方向夹 45° 。

具体调节方法如下：调节样品架的每一个维度，使出射光直流分量光强，即锁相放大器 B 上显示的 ADC1 示数，达到最大值，此时光路达到最佳状态。然后调节检偏器，使直流分量光强最小，此时起偏器与检偏器正交；打开光弹调制器，旋转光弹调制器，使得直流分量光强最小，此时光弹调制器振动轴与起偏器透光方向一致；再将检偏器旋转 45° ，完成光路调节。

2. 对测量系统定标, 我们前面介绍仪器时讨论过 Femto 光电探测器和 SCU-90 信号整定器可能会使接受到的信号放大, 从而需要对后续测量进行重新定标。

定标方法为: 调节好起偏器、光弹调制器和检偏器的角度后, 以 $30'$ 为步长连续改变起偏器角度 5 次, 每次测量克尔转角的相对值 (实际上是仪器读出的二次谐波的振幅)。由于实验系统采用的是极克尔效应的模式, 起偏器的角度并不影响金属膜的克尔效应, 也就是说光经过金属膜就一定会被转 θ_{kerr} 角度, 这样的条件下我们后续检测的公式就可以写成:

$$\theta_{kerr} + \theta = B \frac{V_{2\omega}}{4V_0 J_2(\delta_0)} \quad (5.1)$$

其中 θ 是起偏器转过的角度, 我们可以对这个角度和克尔转角的相对值进行线性拟合, 可以得到定标系数 B 。

3. 利用计算机程序, 测定金属膜的磁滞曲线。

具体做法如下: 使用软件, 在磁场为 $-1000mT$ 到 $1000mT$ 范围内采集数据, 得到克尔磁滞回线, 从图中读出矫顽力和饱和克尔转角。最后将起偏器多次旋转几个角度, 分别测量克尔磁滞回线, 分析起偏器角度误差对磁滞回线零点位置的影响。

6 实验结果与分析讨论

6.1 测量系统的定标

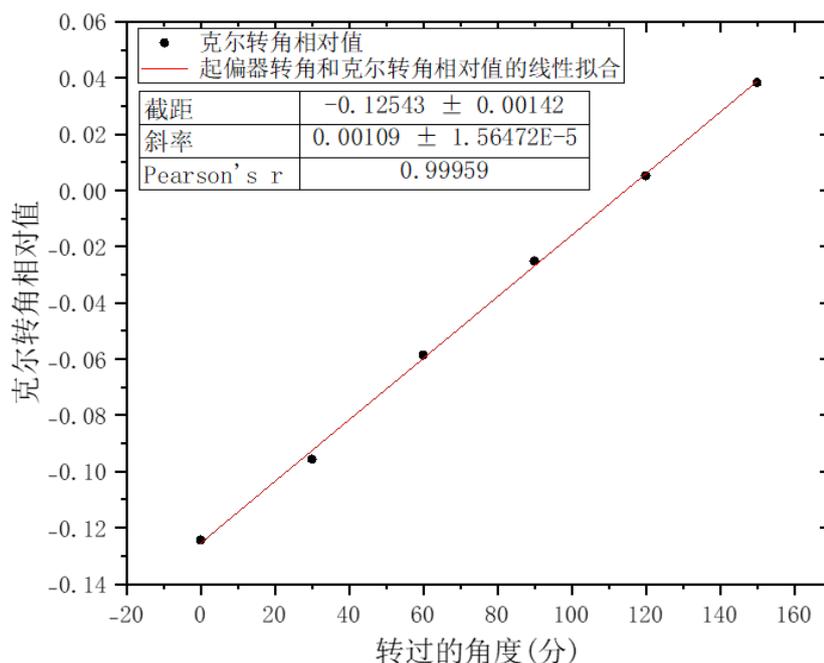


图 5 克尔转角相对值关于起偏器角度拟合结果

图5是定标拟合结果, 其中线性系数 $r^2 \approx 0.9996$, 曲线的线性性较好。计算机给出定标系数 $B = 6.597 \times 10^{-2}/\text{度}$, 后续测量都是在这一结果的基础上进行的。

6.2 金属膜的磁滞回线

将起偏器转回到原先的角度 (340°), 使用计算机程序控制磁场从 $-1000mT$ 到 $1000mT$ 以 $50mT$ 为步长测量克尔转角 θ_K 和克尔椭圆偏率 ϵ_K , 注意因为我们要测量完整的一条回线, 所以还要从 $1000mT$ 到 $-1000mT$

以相同的步长继续测量一遍。结果如图6所示。可以看到，克尔转角随着磁场变化，出现典型的磁滞现象，

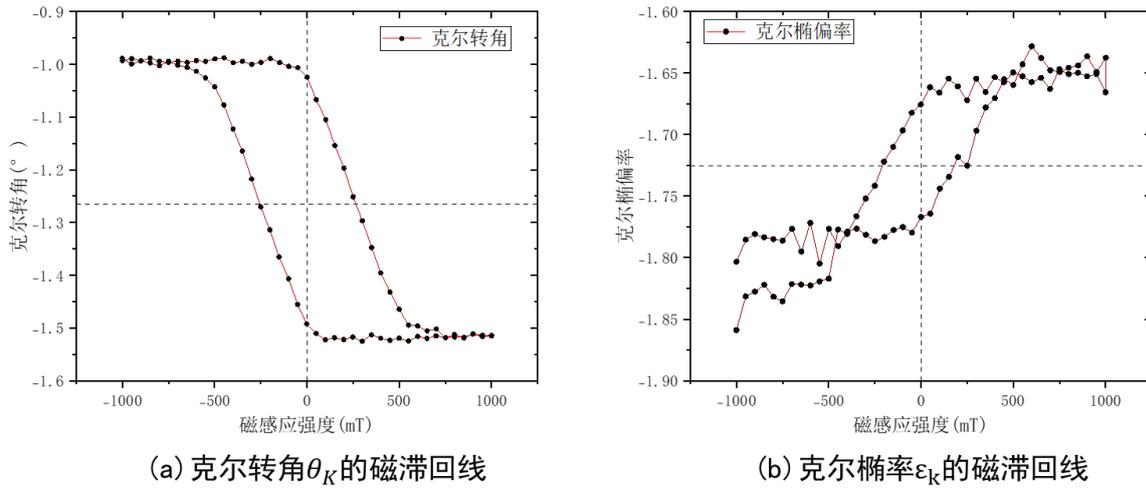


图 6 起偏器位于初始位置时的磁滞回线

这表明样品 PtCo 合金具有铁磁性。同时，注意到克尔转角磁滞回线在 θ_K 轴方向发生了整体平移，这是因为起偏器透光方向与光弹调制器振动轴和检偏器透光方向之间的夹角存在误差。克尔椭率随着磁场变化大致呈现磁滞现象，但是在接近饱和时，曲线变得不规则，这可能是因为激光在光弹调制器前后两个表面发生多次反射，产生多光束干涉现象，影响了一次谐波分量的测量。

认为克尔转角磁滞回线是中心对称的，取克尔转角测量值中最大的 5 个数据和最小的 5 个数据，分别取平均，得到饱和克尔转角为 $\theta_{K,s} = 0.260^\circ$ 。

克尔转角磁滞回线与饱和克尔转角平均值 $\theta_{K,a} = -1.256^\circ$ 的交点为矫顽力，测得矫顽力 $B_c \approx 266.19\text{mT}$ 。

6.3 起偏器角度对克尔磁滞回线的影响

为了分析起偏器角度误差对测量结果的影响，分别将起偏器置于 $340^\circ, 341^\circ, 342^\circ, 343^\circ, 344^\circ$ ，测量同一个金属膜的磁滞回线，实验结果如图7(a)所示。

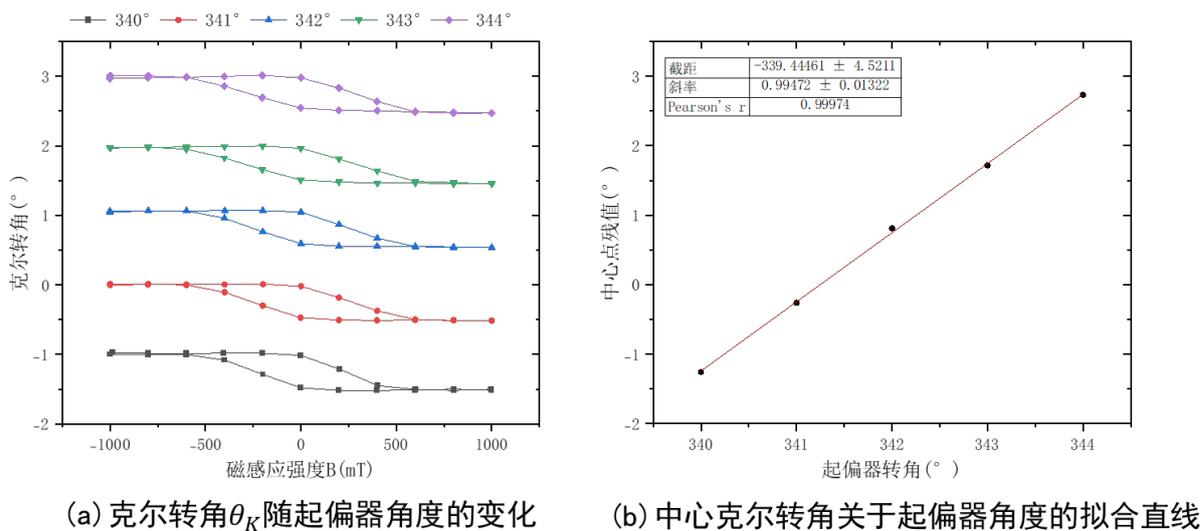


图 7 起偏器角度对克尔磁滞回线的影响

这里只对克尔转角进行了测量，因为上文我们提到过克尔椭偏率收到光弹调制器中薄膜多光束干涉的

影响会有较大的实验误差，所以我们只从克尔转角的方向进行验证。

可以看到随着起偏器角度等间距增大，克尔转角磁滞回线形状几乎不变，近似等间距向上平移。取每条磁滞回线的中心位置进行线性拟合，得到如图7(b)所示结果。可以看到，中心克尔转角与起偏器角度的相关系数为 $r \approx 0.9997$ ，呈近似线性关系；拟合直线斜率为 $k \approx 1$ ，因此，在测量范围内，起偏器角度改变量与克尔转角测量值改变量近似相等。这再次证明了前述确定标定系数方法的合理性。同时，可以得到前面测量克尔磁滞回线时，光弹调制器振动轴与起偏器透光方向间存在 -1.32° 的夹角，这导致了磁滞回线向下的平移，不过可以忽略起偏器与光弹调制器间夹角误差对饱和克尔转角和矫顽力的影响。需要指出的是，克尔椭圆率和起偏器的转角也具有线性关系，但斜率并不像克尔转角近似为 1 这样良好的关系。图8给出了起偏器和振动轴完全重合时的磁滞回线。

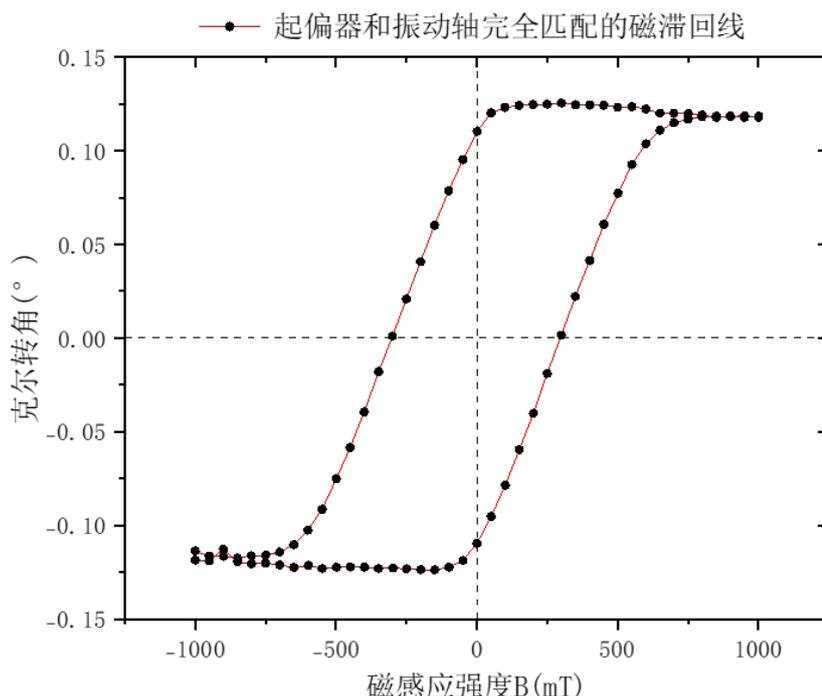


图 8 起偏器和振动轴完全匹配的磁滞回线

6.4 误差分析

6.4.1 偏振片和光弹调制器的偏转方向存在系统误差

再按照我们提出的方法进行调节时，没有撤出样品，这样做是存在误差的，因为经过样品后的光束是一个存在偏转的椭偏光，而非严格的线偏振光，这回导致无法完全消光，且出现非谐波光强最小时偏振方向也不是完全垂直的，但是克尔转角的典型值不超过 1° ，所以这个误差我们就没有严格的进行考虑，而且起偏器的偏转只对曲线的零点产生影响，所以我们正式做法中没有选择将其消去。

如果读者十分想将这部分误差在调解过程中完全消去，可以先在光轨上对仪器的偏转方向校正并标定，这样做会更加严格。

6.4.2 一次谐波误差主要来自光弹调制器介质薄膜的多光束干涉

对于一个复透射率为 t (同时反向复透射率为 t')，复反射率为 r ，厚度为 d 的薄膜，将对实验系统的一次谐波叠加一个大小为 $\frac{E_0 t t'}{1 - r^2 e^{i\delta}}$ 的复振幅^[11]，其中 $\delta = (\frac{2\pi}{\lambda}) 2nl \cos \theta$ ， n 是薄膜的折射率的实部， λ 是入射波的波长， E_0 、 θ 分别是入射波的复振幅和入射角。可以看出这个复振幅的叠加量对于入射振幅大的波影响

更大，所以在椭偏率的磁滞回线中会出现在两侧误差较大的现象。

6.4.3 二次谐波的误差主要来自材料表面破损产生的二阶非线性效应

PtCo 合金材料通常不会表现出显著的二阶极化率 (second-order susceptibility)，因为它是一种中心对称材料，根据晶体对称性理论，只有非中心对称的材料才能展示二阶非线性光学效应。所以保证样品晶体结构完整且表面纯净的情况下可以认为这部分完全不会对实验结果产生影响。但是如果材料表面有污染或晶体结构出现破缺 (这种情况很容易出现在金属薄膜中)，材料还是会出现二阶非线性效应，存在二阶极化率 $\chi^{(2)}$ ，他将会使入射光耦合二次谐波，对实验结果产生一定影响，不过这种效应带来的影响极小 ($\chi^{(2)} \approx 10^{-12} E_0^{-2}$)，所以这样的误差完全可以忽略。

6.5 探究检偏器角度对于测量的影响

首先给出任意角度偏振片的琼斯矩阵：

$$J_{polar} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

假设起偏器的起振方向和光弹调制器的振动方向已经完全对齐，则对于实验的光学系统，可以通过下面的琼斯矩阵描述：

$$\xi = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_F & -k \\ k & r_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

ξ 的长度 (内积) 就是实验探测的光强，代入前文理论部分克尔转角和克尔椭偏率的定义式，我们可以得到：

$$I = r_F^2 \cos^2 \theta + |k|^2 \sin^2 \theta + 2r_F^2 \theta_K \cos \delta \sin \theta \cos \theta + 2r_F^2 \epsilon_K i \sin \delta \sin \theta \cos \theta \quad (6.3)$$

同样地代入 $\delta = \delta_0 \sin \omega t$ ，通过贝塞尔函数进行展开，有：

$$I \approx r_F^2 \cos^2 \theta + |k|^2 \sin^2 \theta + 2r_F^2 \theta_K J_0(\delta_0) \sin \theta \cos \theta + 4ir_F^2 J_1(\delta_0) \epsilon_K \sin \theta \cos \theta \sin \omega t + 4r_F^2 J_2(\delta_0) \theta_K \sin \theta \cos \theta \cos 2\omega t \quad (6.4)$$

前三项为直流分量，第四项是一次谐波，和克尔椭偏率相关，最后一项是二次谐波，与克尔转角相关。同样选择 $J_0(\delta_0) = 0$ 来简化直流分量，得到直流分量和各个谐波的振幅为：

$$\begin{cases} V_0 = r_F^2 \cos^2 \theta + |k|^2 \sin^2 \theta \\ V_\omega = 4r_F^2 \epsilon_K J_1(\delta_0) \sin \theta \cos \theta \\ V_{2\omega} = 4r_F^2 \theta_K J_2(\delta_0) \sin \theta \cos \theta \end{cases} \quad (6.5)$$

当检偏器被正确放置时， $\theta = 45^\circ$ ，假设检偏器转动了 $\Delta\theta$ ，这个角度很小，可以将 $\theta = 45^\circ + \Delta\theta$ 。并给出假设的近似关系^[8] $|k|^2 \ll r_F^2$ 。

$$\begin{cases} V_0 \approx \frac{1}{2} r_F^2 (1 - 2\Delta\theta) \\ V_\omega \approx 2r_F^2 \epsilon_K J_1(\delta_0) (1 - 2\Delta\theta^2) \\ V_{2\omega} \approx 2r_F^2 \theta_K J_2(\delta_0) (1 - 2\Delta\theta^2) \end{cases} \quad (6.6)$$

根据上面三个方程联立，近似保留到 $\Delta\theta$ 的第二阶小量，我们可以得到实验中测量公式为：

$$\begin{cases} \epsilon_K = \frac{V_\omega}{4V_0 J_1(\delta_0)} (1 - 2\Delta\theta + 2\Delta\theta^2) \\ \theta_K = \frac{V_{2\omega}}{4V_0 J_2(\delta_0)} (1 - 2\Delta\theta + 2\Delta\theta^2) \end{cases} \quad (6.7)$$

实验中更多依赖于克尔转角 θ_K 进行测量，所以我们讨论一下这部分的公式。注意到保留到一阶时：

$$\theta_K = \frac{V_{2\omega}}{4V_0 J_2(\delta_0)} (1 - 2\Delta\theta) \quad (6.8)$$

对于每一个点的上下平移量为:

$$\delta\theta = \frac{V_{2\omega}}{2V_0 J_2(\delta_0)} \Delta\theta \quad (6.9)$$

可以看出, 每一个的平移量都各不相同, 所以不同于起偏器的转角而言, 检偏器的转角还会影响到磁滞回线的形状。我们通过图9来加强一下 $\Delta\theta$ 对于磁滞回线的影响。需要提前声明的是, 图9默认了不同转角下

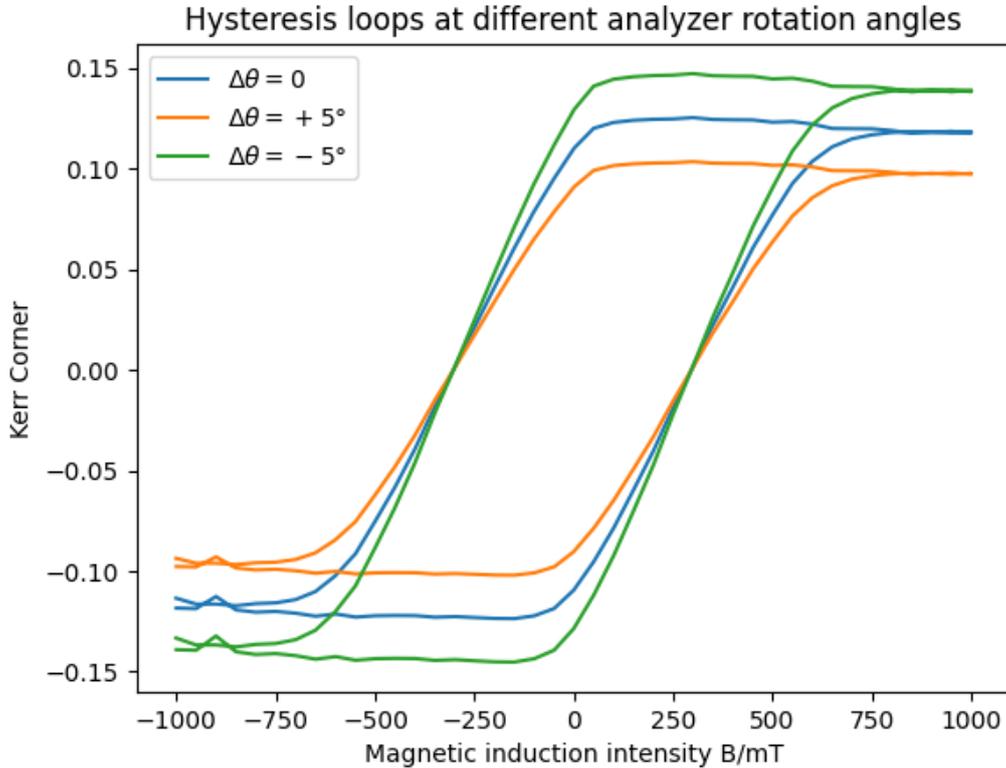


图9 不同检偏器转角下测得的磁滞回线的变化形式

测得的 $V_0, V_\omega, V_{2\omega}$ 都是相同的, 所以真是实验测得的曲线可能还会伴有平移等情况, 但是主要的作用仍然是将磁滞回线放缩。

7 结论

本次实验, 我们利用样品 PtCo 合金薄膜, 借助光弹调制器, 通过椭偏检测技术观测到了磁光克尔效应, 实现了对微小克尔转角的测量。

通过小范围下, 起偏器角度与克尔转角的线性关系, 确定标定系数; 并利用不同起偏器转角下的克尔转角验证了这一线性关系, 通过测定样品的克尔磁滞回线, 证明了样品具有铁磁性, 同时, 得到了样品对于 632.8nm 波长的激光的饱和克尔转角 $\theta_{K,s} = 0.260^\circ$, 矫顽力为 $B_c = 266.19mT$ 。

致谢

感谢周路群老师耐心专业的指导。
感谢搭档张逸伦同学认真细致的协助。

参考文献

- [1] ZHENG X Y, CHANNA S, RIDDIFORD L J, et al. Ultra-thin lithium aluminate spinel ferrite films with perpendicular magnetic anisotropy and low damping[J]. Nature Communications, 2023, 14(1): 4918.

- [2] ALEBRAND S, BIERBRAUER U, HEHN M, et al. Subpicosecond magnetization dynamics in tbcu alloys[J/OL]. Phys. Rev. B, 2014, 89: 144404. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.89.144404>.
- [3] SINOVA J, VALENZUELA S O, WUNDERLICH J, et al. Spin hall effects[J/OL]. Rev. Mod. Phys., 2015, 87: 1213-1260. <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.87.1213>.
- [4] SUMI S, AWANO H, HAYASHI M. Interference induced enhancement of magneto-optical kerr effect in ultrathin magnetic films[J]. Sci. Rep., 2018, 8(1).
- [5] WHITE A D, AHN G H, VAN GASSE K, et al. Integrated passive nonlinear optical isolators[J]. Nat. Photonics, 2023, 17(2): 143-149.
- [6] HUANG H T, CHEN P J, GER T R, et al. Magneto-optical kerr effect enhanced by surface plasmon resonance and its application on biological detection[J/OL]. IEEE Transactions on Magnetics, 2014, 50(1): 1-4. DOI: 10.1109/TMAG.2013.2278189.
- [7] HUANG D, LATTERY D, WANG X. Materials engineering enabled by time-resolved magneto-optical kerr effect for spintronic applications[J]. ACS Applied Electronic Materials, 2020, 3(1): 119-127.
- [8] 荀坤吴思成. 近代物理实验(第四版)[M]. 高等教育出版社, 2015.
- [9] 武燕婷李超波. 光弹调制器研究综述及原理验证[J/OL]. Review and Principle Verification of Photoelastic Modulator, 2019. DOI: 10.11977/j.issn.1004-2474.2021.03.013.
- [10] CONTRIBUTORS W. Jones calculus — wikipedia, the free encyclopedia[EB/OL]. 2024. https://en.wikipedia.org/wiki/Jones_calculus.
- [11] Wikipedia contributors. Fabry–pérot interferometer[EB/OL]. 2024. https://en.wikipedia.org/wiki/Fabry%2E%80%93%93P%C3%A9rot_interferometer.

Supplyment A: 思考题

1. 我们的实验装置对克尔转角和克尔椭圆率的测量精度是否一样高? 为什么?

不一样高。克尔转角和克尔椭圆率分别于二次谐波和一次谐波分量幅度成正比, 因此, 二者的测量精度差异来源于系统对二次谐波和一次谐波分量幅度测量精度的不同。当光正入射到光弹调制器时, 在其前后两个表面会发生多次反射, 形成多光束干涉现象, 导致一次谐波分量测量不准确, 这可以从上述克尔椭圆率磁滞回线的畸变看出。因此, 实验装置对克尔转角的测量精度要高于克尔椭圆率。

2. 如果用一个以角速度 ω 旋转的 $\lambda/2$ 玻片代替光弹调制器, 光电探测器的输出信号会如何变化? 能否测出复克尔转角?

给出旋转的 $\lambda/2$ 波片的琼斯矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\omega t & \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t & -\cos 2\omega t \end{bmatrix} \quad (\text{SA.1})$$

则可以给出出射光向量为:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\omega t & \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t & -\cos 2\omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_F \\ k \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\sin 2\omega t + \cos 2\omega t)r_F + (\sin 2\omega t - \cos 2\omega t)k \\ (\sin 2\omega t + \cos 2\omega t)r_F + (\sin 2\omega t - \cos 2\omega t)k \end{bmatrix} \quad (\text{SA.2})$$

则出射光强可以写成:

$$I = \frac{r_F^2 + |k|^2}{2} [1 - \cos(4\omega t + \phi_0)] = (r_F^2 + |k|^2) \sin^2\left(2\omega t + \frac{\phi_0}{2}\right) \quad (\text{SA.3})$$

其中, $\phi_0 = \arctan \frac{r_F^2 + |k|^2}{2r_F \text{Re}k}$ 。从光强信号中我们仅能得到光强幅度, 以及相位差两个量, 无法从中得到克尔转角。

Supplyment B: 使用的代码

1. 基于 Jiles-Atherton 模型生成一条各向同性磁滞回线, 一下内容使用 matlab 代码, 仅供参考:

```

1 %% Parameters
2 Ms=1.6e6;
3 a=1100;
4 alpha=1.6e-3;
5 k=400;
6 c=0.2;
7 Ho=[0:60:6000 6000:-60:-6000 -6000:60:6000]';
8 Mw = zeros(length(Ho),1);
9 Hw = zeros(length(Ho),1);
10 Hw(1) = Ho(1);
11 M0 = 0;
12 Mw(1) = M0;
13 Mu0 = 4*pi*1e-7;
14 %% Solver
15 im = 1;
16 in = 2;
17 while in < length(Ho)
18     if Ho(im) < Ho(in)
19         if Ho(in)<=Ho(in+1)
20             in = in + 1;
21         else
22             if Ho(in)==Ho(im)
23                 H1=[Ho(in) Ho(im)]';
24                 M1=[M0 M0]';
25             else
26                 options=odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',...
27                 1e-6,'MaxStep',abs(Ho(in)-Ho(im))./10,'InitialStep',...
28                 (Ho(in)-Ho(im))./10);
29                 dM_dH_ = @(H, M) dM_dH_Fcn(a, k, c,...
30                 Ms, alpha, H, M, Ho(im), Ho(in));
31                 [H1, M1] = ode45(dM_dH_, [Ho(im) Ho(in)], M0, options);
32             end
33             if length(M1)>2
34                 Mw(im+1:in) = interp1(H1,M1,Ho(im+1:in),'pchip');
35             else
36                 Mw(im+1) = M1(end);
37             end
38             Hw(im+1:in) = Ho(im+1:in);
39             M0 = M1(end);
40             im = in;
41             in = in+1;
42         end

```

```

43 end
44 if Ho(im) > Ho(in)
45     if Ho(in) >= Ho(in+1)
46         in = in + 1;
47     else
48         if Ho(in) == Ho(im)
49             H1 = [Ho(in) Ho(im)]';
50             M1 = [M0 M0]';
51         else
52             options = odeset('RelTol', 1e-4, 'AbsTol', ...
53                 1e-6, 'MaxStep', abs(Ho(in) - Ho(im)) ./ 10, 'InitialStep', ...
54                 (Ho(in) - Ho(im)) ./ 10);
55             dM_dH_ = @(H, M) dM_dH_Fcn(a, k, c, ...
56                 Ms, alpha, H, M, Ho(im), Ho(in));
57             [H1, M1] = ode45(dM_dH_, [Ho(im) Ho(in)], M0, options);
58         end
59         if length(M1) > 2
60             Mw(im+1:in) = interp1(H1, M1, Ho(im+1:in), 'pchip');
61         else
62             Mw(im+1) = M1(end);
63         end
64         Hw(im+1:in) = Ho(im+1:in);
65         M0 = M1(end);
66         im = in;
67         in = in + 1;
68     end
69 end
70 if Ho(im) == Ho(in)
71     in = in + 1;
72 end
73 end
74 if Ho(in) == Ho(im)
75     H1 = [Ho(in) Ho(im)]';
76     M1 = [M0 M0]';
77 else
78     options = odeset('RelTol', 1e-4, 'AbsTol', 1e-6, 'MaxStep', ...
79         abs(Ho(in) - Ho(im)) ./ 10, 'InitialStep', (Ho(in) - Ho(im)) ./ 10);
80     dM_dH_ = @(H, M) dM_dH_Fcn(a, k, c, Ms, alpha, H, M, Ho(im), Ho(in));
81     [H1, M1] = ode45(dM_dH_, [Ho(im) Ho(in)], M0, options);
82 end
83 if length(M1) > 2
84     Mw(im+1:in) = interp1(H1, M1, Ho(im+1:in), 'pchip');

```

```

85 else
86     Mw(im+1) = Ml(end);
87 end
88 Hw(im+1:in) = Ho(im+1:in);
89 M0 = Ml(end);
90 Bw = Mu0*(Hw+Mw);
91 plot(Hw,Bw)
92 function dM_dH = dM_dH_Fcn(a, k, c, Ms, alpha, H, M, Hstart, Hend)
93 He = H + alpha*M;
94 if He == 0
95     He = 1; %消除奇异点
96     Man = 0; %消除奇异点
97 else
98     Man = Ms.*(coth(He./a)-a./He);
99 end
100 if Hstart > Hend
101     delta = -1;
102 else
103     delta = 1;
104 end
105 dMan_dH = Ms.*(coth((He+1e-6)./a)-a./(He+1e-6)-coth((He-1e-6)./a)...
106 +a./(He-1e-6))./2e-6;
107 dM = Man-M;
108 dM_dH = dM./(1+c)./(delta.*k-alpha.*dM) + c./(1+c).*dMan_dH;
109 end

```

2. 对实验数据处理，生成图9，采用 python 代码，因为比较好读取数据：

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from xinsensekf import fgets
4 x,y=fgets(name="data_xi.txt",read=True,dtype="float")
5 x=np.array(x)
6 y=np.array(y)
7 y1=(1-2*5*np.pi/180)*y
8 y2=(1+2*5*np.pi/180)*y
9 plt.plot(x,y,label=r"$\Delta\ \theta=0$")
10 plt.plot(x,y1,label=r"$\Delta\ \theta=+5^\circ$")
11 plt.plot(x,y2,label=r"$\Delta\ \theta=-5^\circ$")
12 plt.xlabel("Magnetic induction intensity B/mT")
13 plt.ylabel("Kerr Corner")
14 plt.title("Hysteresis loops at different analyzer rotation angles")
15 plt.legend()
16 plt.show()

```